

# Mindset en lesmateriaal

De mindset van een leerling speelt een grote rol bij het leren van wiskunde. Staat een leerling open voor nieuwe dingen en durft hij fouten te maken? Het gedrag van de docent heeft invloed op de mindset van leerlingen, maar ook het lesmateriaal. Hoe kun je lesmateriaal optimaliseren voor het creëren van een growth mindset?

## Inleiding

Waarom is mindset zo belangrijk? Met name bij het omgaan met fouten en als iets moeilijk is, hebben leerlingen die werken vanuit een growth mindset een groot voordeel. Op school, en bij de wiskundelessen, zijn veel momenten waarop je hiermee goed kunt oefenen. Voor het werken met een growth mindset is het nodig dat docenten minder focussen op reproductie en proberen aan te sluiten bij de intrinsieke motivatie en nieuwsgierigheid van leerlingen. Ook is het belangrijk dat er aandacht komt voor het maken van verbindingen, tussen wat leerlingen kunnen en wat ze gaan leren, tussen wat ze weten en voelen, en tussen wat ze zelf kunnen en wat ze van anderen kunnen leren. Ook speelt de mindset van de docent een rol. Vanuit welke mindset geef je les? Onderken je dat je soms vanuit een fixed mindset reageert, en hoe ga je daar dan mee om? Dat zijn allemaal voorbeelden waarvan leerlingen weer kunnen leren.

## Lesmateriaal

Lesmateriaal is een belangrijk gereedschap voor het beïnvloeden van de mindset. In een recent artikel schrijven Daly et al.<sup>[1]</sup> dat het gebruik van lesmateriaal volgens de mathematical mindset theorie van Dweck<sup>[2]</sup> en Boaler<sup>[3]</sup> de motivatie verhoogt.

In dit materiaal is het belangrijk:

- opdrachten open te maken zodat er verschillende methodes, manieren en representaties zijn voor de oplossingen;
- onderzoeksopdrachten te gebruiken;
- het probleem te schetsen voordat de uitleg wordt gegeven;
- een visuele component toe te voegen;
- er een *low floor high ceiling* opdracht van te maken;
- leerlingen te vragen om te redeneren, overtuigen en sceptisch te zijn.

De middelbare school wiskunde moet onder andere een springplank zijn voor het hoger onderwijs. Lesmateriaal kan daarbij helpen, met name als het de volgende elementen bevat:

- 1) Visualisaties. Deze ondersteunen het (na)denken en er is minder achtergrond nodig wat meer gelijkheid geeft.
- 2) Verbindingen:
  - tussen nieuwe en aanwezige kennis;
  - tussen activiteiten: zo kun je uitleg en het maken van opgaven afwisselen met bijvoorbeeld het gebruik van number talk<sup>[4]</sup> (gesprekken over getallen waarmee je werkt aan wiskundig bewustzijn) en dot-cards (herkennen van patronen);
  - tussen benaderingen: geef bijvoorbeeld verbanden tussen algebra, getallen en grafieken.
- 3) Systematische denkwijze:
  - verkennen: het opbouwen van kennis en gevoel voor een nieuw onderwerp;
  - vermoeden: het herkennen van veronderstelde regelmatigheden, patronen;
  - beredeneren: het geven van overtuigend wiskundige redenen waarom een vermoeden zou kunnen gelden.

Bestaand lesmateriaal kan worden aangepast op basis van deze kenmerken. De afgelopen drie jaar is onderzoek gedaan naar het effect van deze aanpassingen. Het onderzoek vond plaats op twee manieren: als Comeniusproject waarbij een Open Maths cursus op twee universiteiten is ontwikkeld en als post-doc vo-project met interventies op tien middelbare scholen<sup>[5]</sup>. Drie soorten aanpassingen worden in dit artikel verder toegelicht. Het zijn korte opdrachten en snelle eenvoudige veranderingen van het lesmateriaal die het lesgeven meetbaar veranderen.

## 1 Mijn wiskundeverhaal

Om de leerlingen goed te leren kennen en om te kijken hoe ze zich verhouden tot wiskunde, is het goed om een nieuw schooljaar of een nieuwe opleiding te beginnen met deze opdracht. Er komen punten uit naar voren waarmee teruggekeken kan worden op alle wiskunde-ervaringen van de leerling. Het is belangrijk dat docenten de wiskundeachtergrond van hun leerlingen kennen, zodat ze weten hoe de leerlingen zich verhouden tot wiskunde, en dus met welke mindset ze in de klas zitten. Door deze opdracht kunnen leerlingen ook op hun eigen ervaringen reflecteren en voelen ze zich gehoord.

### Opdracht

Beschrijf in het kort (1-4 pagina's) je eigen ervaringen met wiskunde. Hoe hebben belangrijke ervaringen invloed op hoe je je voelt over wiskunde, en welk effect had dit op je toen je rekenen en wiskunde aan het leren was? Je mag gebruik maken van ervaringen op school, thuis, zelfstudie, enzovoorts. Misschien hebben gesprekken met familieleden impact op je gehad? Had je het geluk een geweldige leraar te treffen, of heb je juist een traumatische ervaring gehad terwijl je wiskunde probeerde te leren? Houd het simpel. Het doel is je de gelegenheid te geven je wiskundeachtergrond met ons te delen, zodat wij weten hoe je verhoudt tot wiskunde.

Deze opdracht is getest onder eerstejaars studenten op de universiteit. Daarbij kwamen twee belangrijke aspecten naar voren die wij als docenten in het vo kunnen gebruiken om op onze eigen lessen te reflecteren.

### Beeld van wiskunde

Studenten vonden wiskunde 'een verzameling van feiten en trucjes die ze moesten onthouden en toepassen'. Ze zeiden 'Op de basisschool was onthouden en reproduceren de belangrijkste manier om wiskunde te leren' of 'Ik kreeg het idee dat wiskunde om snelheid gaat en dat je oplossingen dient te geven zonder hulpmiddelen'. Ze vertelden ook dat wiskunde op zo'n manier gegeven werd dat het niet gerelateerd werd aan andere zaken zoals 'normaal' menselijk denken, andere schoolvakken, alledaagse vraagstukken enzovoort. Ook werd regelmatig opgemerkt dat ze geen antwoord kregen op de vraag 'waarom', bijvoorbeeld 'waarom is  $2 \times 3$  gelijk aan 6' of 'waarom is de sinus van een  $\frac{1}{2}\pi$  gelijk aan 1'. Uit de verhalen kwam naar voren dat het beeld van wiskunde bij veel studenten is dat wiskunde een simpel, informatie gevuld vak is waar je veel dingen even moet onthouden en dan weer snel kunt vergeten.

“Dingen niet meteen snappen wordt binnen de wiskunde vaak als zwak gezien, waardoor leerlingen een worsteling als een mislukking ervaren.”

### Wiskundig vermogen

Studenten beschreven zichzelf verder als hulpeloze objecten in het onderwijs waar veel afhing van de omstandigheden. Ze ontwikkelden fixed-mindset ideeën over zichzelf en waren vaak bang voor het vak. Ze gaven bijvoorbeeld aan: 'In mijn beleving was ik altijd heel slecht in wiskunde'; 'Wiskunde, een woord waar ik tot voor kort een panische angst voor had en waar ik jaren met een grote omweg omheen zou lopen'. 'Slechte cijfers volgden en ik raakte ervan overtuigd dat je mensen had mét een wiskundeknobbel, en mensen zonder'. Een duidelijk voorbeeld hierbij is de keuze voor wiskunde A of wiskunde B. Vaak hadden ze te horen gekregen 'dat ze niet goed genoeg waren voor wiskunde B'. Bijna alle studenten schreven op dat ze toen niet dachten dat ze iets hadden kunnen veranderen aan hun vaardigheden. Ze realiseerden zich soms pas later dat ze meer hadden kunnen doen, of dat ze zichzelf hadden kunnen uitdagen met moeilijkere opgaven. Ook benoemden veel studenten het feit dat het leren van nieuwe concepten vaak niet makkelijk is, en dat er vaak een zekere vorm van frustratie bij komt kijken. Omdat langzaam werken en dingen niet meteen snappen binnen de wiskunde vaak als zwak worden gezien voelden veel leerlingen die worsteling als een mislukking.

Er valt enorm veel informatie uit een dergelijke opdracht te halen; om leerlingen te leren kennen en om te kijken hoe ze zich voelen ten opzichte van wiskunde. Deze informatie is ook weer belangrijk bij hoe ze omgaan met aangepast lesmateriaal (als het minder gestructureerd is) en met het maken van fouten (hoe denken ze dan over zichzelf). De docent kan bij het geven van feedback ook beter aansluiten bij de achtergrond van de leerling.

### 2 Opdrachten aanpassen

Het aanpassen van het lesmateriaal voor het werken met een growth mindset lijkt wel wat op de punten die beschreven worden in 'Wiskundige Denkactiviteiten' (zie het artikel van Paul Drijvers en Marieke Bor, *Euclides* 91-3). Het gaat niet alleen over het oplossen van problemen maar ook, of meer nog, over het hoe en waarom; welke verschillende manieren zijn er allemaal om het probleem op te lossen?, hoe kijk je terug en reflecteer je?, hoe kun >

je verder denken en jezelf vervolgvragen stellen? Wat dat betreft is zo'n relatief nieuwe theorie deels ook weer het herontdekken van oude ideeën. Door er nu, met een mindset-bril op, naar te kijken ga je nog meer in op hoe leerlingen leren. Je weet wat ze nodig hebben om ook met vertrouwen aan het werk te gaan, en hoe je als docent daarbij kunt helpen.

Hieronder staat een voorbeeld van een 'uitgeklede' opgave uit de eerste klas bij de theorie over het kgv en de ggd. In het lesboek staat eerst de theorie uitgelegd en dan volgt een vraag die bestaat uit a, b, c en d. De docent kan in plaats hiervan alleen onderstaande opgave op het bord zetten.

Een rechthoekig terras is 192 bij 120 cm. Meneer Boom wil het terras met even grote vierkante tegels bedekken. Hij wil geen tegels breken. Wat zijn de afmetingen van de grootst mogelijke tegel?

Als leerlingen het lastig vinden om aan de slag te gaan, of als ze al heel snel op een antwoord komen, kun je de volgende vragen stellen:

Welke vierkante tegels kan hij allemaal gebruiken? Wat zijn de kleinste en wat zijn de grootste?

Kun je dit visualiseren? Kun je een tekening van de situatie maken?

Hoe kun je 'met proberen' tegels vinden? Welke regelmaat zit er in? Hoe heeft het te maken met deelbaarheid?

Kun je vloeren bedenken met andere afmetingen waarop alleen tegels van  $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$  passen? Of kun je patronen maken met tegels van verschillende vierkanten die uiteindelijk ook bij elkaar een terras mooi vullen (eenvoudig:  $15 \times 15$  en  $30 \times 30$ ; maar ook  $12 \times 12$  en  $30 \times 30$ ; ...). Dit als aanloop naar kgv.

Leerlingen die denken dat het niet groter dan  $24 \times 24$  kan, kun je uitdagen om aan te tonen hoe je dat zeker kunt weten (proberen naar gemeenschappelijke delers te sturen). Hier kunnen leerlingen ook hele andere dingen bedenken. Bijvoorbeeld dat het verschil  $192 - 120 = 72$  ook deelbaar is door 24 (en alle andere gemeenschappelijke delers) of dat je kunt werken met tegels met niet-natuurlijke afmetingen (bijvoorbeeld  $0,5 \times 0,5$  cm).

Vervolgens kun je aan de hand van de resultaten van de leerlingen toewerken naar de uitleg over ggd en kgv.

Uitwerking:

$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$192 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{ggd}(120, 192) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

De afmetingen van de grootst mogelijke tegel zijn 24 bij 24 cm.

Door leerlingen uit te nodigen om dingen te proberen, tekeningen te maken, regelmaat te zien, fouten te maken, te overleggen en te reflecteren laat je ze merken vanuit welke mindset ze aan het werk zijn en kun je ze leren om vanuit een growth mindset aan de slag te gaan. Dus met vertrouwen dat je kunt leren.

“Door het maken van fouten bewust te maken in de lessen kun je werken aan een growth mindset.”

### 3 Een andere focus op fouten

Boaler legt uit dat het belangrijk is om te leren om het niet erg te vinden om fouten te maken. Als je een fout maakt vanuit een fixed mindset, dus met het idee dat je intelligentie vastligt, raak je gestrest en leer je veel minder. Als je vanuit een growth mindset een fout maakt, dus als je weet dat je door oefening kan leren, dan blijkt uit hersenscans dat je hersenen ook echt nieuwe verbindingen maken en veel meer aan het werk zijn. Je ziet in dat door het maken van fouten, en vervolgens inzicht krijgen in wat er fout is gegaan, kunt leren. Door het maken van fouten bewust te maken in de lessen kun je hieraan werken.

#### Opdracht

Het doel van de volgende lesvorm is gemaakte fouten eerst in groepjes en daarna klassikaal te analyseren. Aan het begin van de les gaan de leerlingen in groepjes van vier zitten. Ieder groepje krijgt vier verschillende kleuren papiertjes waarop vier verschillende opdrachten staan (bijvoorbeeld opdrachten uit het boek waar je op dat moment mee bezig bent). Leerlingen gaan in stilte aan het werk en maken de opdracht. Als ze klaar zijn of als de docent het aangeeft, moeten ze hun werk inleveren. Daarna deelt de docent de ingevulde papiertjes weer uit maar zodanig dat per groepje dezelfde kleur (dus dezelfde

opdracht) komt. De leerlingen gaan dan in de groepjes met elkaar en, onder andere aan de hand van een uitwerking, overleggen hoe het gemaakt is, en wat de fouten zijn. Ze worden zo per groepje een opgave-expert.

Vervolgens worden klassikaal op het bord de fouten geïventariseerd en in overleg met de leerlingen gecategoriseerd (bijvoorbeeld rekenfout, begripsfout et cetera). Als docent kun je van tevoren vast nadenken over de fouten die jij denkt dat er gaan komen en een eventuele indeling maken. Laat deze indeling niet van tevoren zien anders voelen de leerlingen niet dat het hun fouten zijn.

Belangrijk is dat je leerlingen goed observeert en dat je ze uitnodigt om dingen te proberen. Laat ze veel vragen stellen en fouten maken! Let vanaf nu ook op hoe je zelf met je eigen fouten omgaat. Als je een fout maakt terwijl je uitleg geeft: hoe ga je hiermee om en wat geef je je leerlingen als voorbeeld?

## Conclusie

Uit de opdracht 'Mijn wiskundeverhaal' kunnen we zien hoe onze leerlingen denken over wiskunde en hoe ze omgaan met uitdagingen. Dit helpt om leerlingen te begeleiden om te werken aan een growth mindset. De aanpassingen in het lesmateriaal zijn daarbij een houvast. Daarnaast zijn docenten het belangrijkste voorbeeld voor de leerling. Durven we zelf het 'even niet te weten', fouten te maken, en daarvan te leren? Stellen we onszelf genoeg de vraag 'waarom' en beantwoorden wij de waarom-vragen van leerlingen wel vaak genoeg? De uitdaging is om open te staan voor vragen van leerlingen, en vragen te durven stellen waarover we zelf geen verwachtingen hebben wat het resultaat zal zijn: dan open je de weg voor verrassende discussies... en ja dat is soms best spannend!

Voor variaties op lesvormen waarin het maken van fouten speels wordt verwerkt:



[vakbladeuclides.nl/955hoeve](http://vakbladeuclides.nl/955hoeve)

## Noten

- [1] Daly, I., Bourgaize, J., & Vernitski, A. (2019). Mathematical mindsets increase student motivation: Evidence from the EEG. *Trends in neuroscience and education*, 15, 18–28.
- [2] Dweck, C.S. (2012). *Mindset, The new psychology of success*. New York: Random House USA Inc.
- [3] Boaler, J. (2016). *Mathematical mindset*. Hoboken: Jossey Bass.
- [4] Humphreys, C. & Parker, R. (2015). *Making number talks matter*. Main: Stenhouse Publishers.
- [5] Alpár, G. & van Hove, M. (2019). Towards Growth-Mindset Mathematics Teaching in the Netherlands. Te downloaden van: [https://easychair.org/publications/volume/LINQ\\_2019](https://easychair.org/publications/volume/LINQ_2019)

## Over de auteurs

Marloes van Hove geeft wiskunde op het Goois Lyceum te Bussum. Zij is in 2000 gepromoveerd op geologisch onderzoek naar cyclische veranderingen in de laat neogene vegetatie uit lacustriene afzettingen in Griekenland. In de periode van 2015 tot en met 2019 onderzocht zij als post-doc vo twee dagen per week, aan de Universiteit Utrecht, de rol van mindset in de wiskundelessen.

E-mailadres: [mvhoeve@gsl.nl](mailto:mvhoeve@gsl.nl)

Greg Alpár is wiskundedocent en toegepast wiskundige. Hij is universitair docent op de Open Universiteit. Greg doet onderzoek op het gebied van cryptografie en computernetwerken. In de periode 2017-2019 heeft hij met een Comeniusbeurs de Open Maths cursus ontwikkeld en onderwezen op twee universiteiten. Het doel van Open Maths is om wiskunde meer aan te laten sluiten bij de belangstelling van leerlingen en bij de realiteit van iedere dag, en bij het werken met een growth mindset. E-mailadres: [Greg.Alpar@ou.nl](mailto:Greg.Alpar@ou.nl)